

発想の転換！

右脳をくすぐる算数のサプリメント

中学受験 算数

SuperBook

中学受験 知らなかったでは済まされない！
かしこい塾の使い方

<http://www.e-juken.jp>

『発想の転換』編

～ 算数って数学より速い？ ～

算数は

『^{ひらめ}閃きが大切』

ってよく言われます。

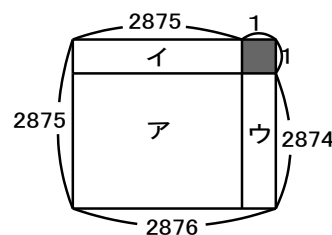
『発想の転換が必要』
とも……。

ところで、次の計算、サッと答えを出せますか？

$$2875 \times 2875 - 2874 \times 2876 = \square$$

もちろん、筆算はしません。
面積を考えるのです。

右の図からわかるように
『ア+イ』と『ア+ウ』の「差」を求める問題なので、
『イ』と『ウ』の「差」が答えです。



しかし、さらに踏み込んで言えば、
「色のついた部分」が求めたい「差」と同じですから、
答えは『 $1 \times 1 = 1$ 』より、1なのです。

解き方を習った後なら、5秒以内で答えられますね。

この本にあるのは、こんな算数の「わかっていれば得をする」ことの氷山の一角です。

『発想の転換』の世界をちょっとのぞいてみましょう。

目次

- 発想の転換① お買い物と倍数
- 発想の転換② サイコロとプリン？
- 発想の転換③ 分数と食塩水？
- 発想の転換④ 倍数のくり返し
- 発想の転換⑤ あみだくじとループ

発想の転換①【お買い物と倍数】

よくあるお買い物の問題に取り組んでみましょう。

ポチ君は、魚屋さんで次の魚をそれぞれどれも1匹以上買って、
ちょうど3600円払いました。

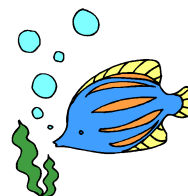
トロ 1匹 130円

イクラ 1匹 170円

鉄火巻 1匹 78円

ゲソ 1匹 104円

さて、ポチ君はイクラを何匹買ったでしょう。



気のきいたお子さんたちならまず、

『魚じゃないじゃん！これ、すし屋だよ！』

なんて突っ込んでくれます。

さて、3600円以内で買い物をしろということなら、簡単ですよ。

でも、ちょうど3600円にするには???

電卓を使ってもいいですよ。

でも、むやみに掛け算してみても方針が立たないし、

いったい何に目をつければ正解に近づくのかわからないですよ。

では、次のような問題ならばどうでしょう？

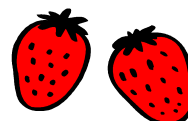
ポチ君は、くだもの屋さんで次のフルーツをそれぞれどれも1つ以上買って、
ちょうど3000円払いました。

イチゴタルト 1つ 210円

バナナパフェ 1つ 300円

アップルパイ 1つ 100円

さて、イチゴタルトをいくつ買ったでしょう。



答はいくつですか？
そう！10個ですよ。

『バナナパフェ』や『アップルパイ』の数は決まりませんが、
『イチゴタルト』の数は10個と決まりますね。
これはなぜでしょう？

イチゴタルトの値段だけ、10円がついていてキリが悪いです。
だから、10円をいくつ集めると100円になるかを考えましたよね。
じゃあ、10個以外はありえません。

えっ？ 20個ですか？
そりゃ無理ですよ。
だって、3000円をかる〜く超えてしまいますから。

これは、『ある数の倍数』と『余り』を使った問題なんですね。
もちろん『ある数の倍数』とは100の倍数のことで、『余り』は10です。

他はバナナパフェもアップルパイも100円単位で、払った金額も100円単位ですから、
10円という余りを集めて100円単位にすればいいわけですね。

では最初の問題。ポチ君が買ったイクラは何匹？

そう、ある数の倍数を探さなければなりません。
先に余りが8円とか4円じゃないかと思いたくなりますが、まずは倍数探しに集中しましょう。

素因数分解をしたりすると解るんですが、
ややこしい話は抜きにして言うと、注目すべきは『13』の倍数なんです。

『イクラ』以外の魚は（魚じゃないってば！）13で割り切れますから、
いくつ買おうといつでも13の倍数です。

そして『イクラ』は13で割ると『余りは1』です。
また、払った金額の3600円の方は13で割ると『余りが12』です。

さあ、あと1歩です。

『1をいくつ集めると12になるか』ということですから、答は……

そう！ 12匹です。できました！

発想の転換②【サイコロとプリン?】

立体感覚が非常に優れていれば、無用の長物な考え方ですが……

図1のようなサイコロがあります。
サイコロの向かい合う目の和は7になっています。
このサイコロを、図2のように1の目を上にしてます目の上に置き、
図3で示すようにAからBまで転がしていきます。
Bまで転がしたとき、上になっている目は何ですか。

図1



図2

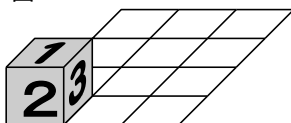
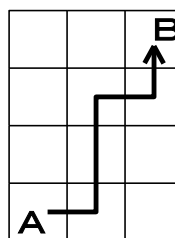


図3



サイコロは入試でもよく題材にされていますね。
しかし、このようにサイコロの目を気にしながら、
頭の中で転がすとすると相当な能力が必要です。

できますか？

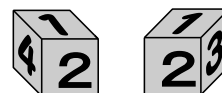
無理ですよ、やっぱり。

それが普通です。

常識的に考えると上から見たサイコロは、悲しいかな、
上になった1面だけしか見えませんよね。

1

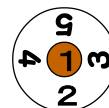
右の図のように、いろいろな角度から見ればいいのですが、
何かいい手はないものか……



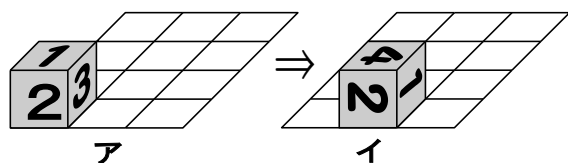
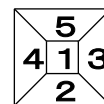
あります！『サイコロ』を『プリン』で作っちゃいましょう！



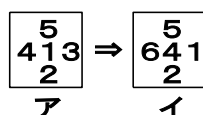
上から見た『プリン製のサイコロ』なら、
隠れている目以外の5つの面がちゃんと(?) 見えますよね。



これを正方形で表してみましよう。
そうすれば、立体的に考えなくてもすむようになりますね！



《右のように表現できる》



これを続けて書くと……

はじめ、Aにあったサイコロを右へ転がすとき、
前の面の『2』の目は手前に見えたままですし、
『5』の目は奥側の面のままです。

このことを利用して図を書いていけばいいのです。

するとBまで転がしたときの上の目は『5』になりますね。

ふう。

		6 453 1
	2 631 5	2 463 5
	4 621 3	
5 413 2	5 641 2	

発想の転換③【分数と食塩水？】

問題の見た目はシンプルです。□に当てはまる数字を求めてください。

$$\frac{7}{5} \text{ と } \frac{10}{7} \text{ の間にある分数の一つに、 } \frac{17}{\square} \text{ があります。}$$

分母がちがう分数といえば『通分』ですよ。
分母は5と7ですから、最小公倍数は35です。

じゃあ、通分してみましょう。

え〜と『 $\frac{7}{5}$ は $\frac{49}{35}$ 』で、『 $\frac{10}{7}$ は $\frac{50}{35}$ 』だから、その間では……あれ？

うまくいかない……
どうしましょう？

じつは分母に注目するのではなく、『分子』に注目するのです。
7、10、17がそれぞれの分子ですから、分子を $7 \times 10 \times 17$ でそろえてみましょう。

すると、 $\frac{7 \times 17 \times 10}{5 \times 17 \times 10} < \frac{7 \times 17 \times 10}{7 \times \square \times 10} < \frac{7 \times 17 \times 10}{7 \times 17 \times 7}$

ですから、分母を比べると、

$$5 \times 17 \times 10 > 7 \times \square \times 10 > 7 \times 17 \times 7$$

なので、□に当てはまる数は、

$$\frac{5 \times 17 \times 10}{7 \times 10} > \square > \frac{7 \times 17 \times 7}{7 \times 10}$$

となるので、 $12.1 \dots > \square > 11.9$

□は整数ですから、答えは12となります。

いやあ、ちょっと計算が大変ですね。

さあ、ここで発想の転換です！ この問題をはるかに速く解く、簡単な方法があります。それは.....

分母どうしと分子どうしをそれぞれたして、『 $\frac{7}{5} + \frac{10}{7} = \frac{17}{12}$ 』とするのです。

ですから答えは 12 ですね！

『えっ!? そんなばかな!』と思われたでしょう。

だって、分数は『分母が同じでないとたせない』と習いましたもんね。

たしかにそうなんです。あなたは間違っていない。

でも、この問題を解くときはこれでよいのです。

はてさてどういうからくりなのでしょう。

『水 4 g と食塩 1 g を混ぜた 5 g の食塩水 A』

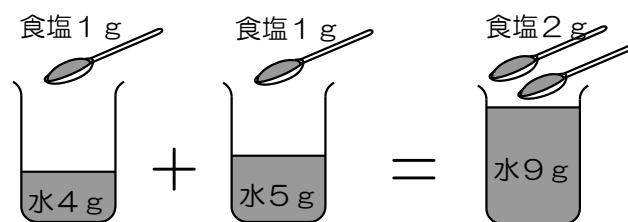
と

『水 5 g と食塩 1 g を混ぜた 6 g の食塩水 B』

を想像してください。水の量がちがいますからそれぞれの濃さはちがいますね。

もちろん、A の食塩水のほうが濃いわけです。

この2つの食塩水を混ぜるとどうなります？



そう、濃さの異なる2つの食塩水を混ぜると『濃さ』は2つの食塩水AとBのあいだになります。

『食塩水全体の量は 11 g で、食塩の量は 2 g』

となりますよね。

ではここで念のためにそれぞれの濃度を見てみましょう。

食塩水 A の濃度 20%

食塩水 B の濃度 約 16.7%

混ぜあわせた食塩水 約 18.2%

となりますから、やはり $\frac{1}{5} > \frac{1+1}{5+6} > \frac{1}{6}$ となることがわかりますね。

つまり、2つの分数があったら、その分子どうし、分母どうしを足してできる分数は、もとの2つの分数の間にあるということがわかります。

だから、この問題でも『 $\frac{7}{5} + \frac{10}{7} = \frac{17}{12}$ 』という式を使っても良いわけですね。

速くて簡単でしょ？ 発想の転換の勝利ですね！

発想の転換④【倍数のくり返し】

制限時間は 10 秒です。

12345 から 12464 までの整数の中に『2で割ると割り切れて、3で割ると2余る』数は何個ありますか。

チッ、チッ、チッ、チッ、チッ……はい、そこまで。

できましたか？

この文章を読んでいる時、すでに答が出ていないとアウトです。むずかしいですね。

『2で割ると割り切れ、3で割ると2余る数』で、一番小さいのは『2』です。

次は何でしょ？

2ごとに『2で割ると割り切れる数』が、3ごとに『3で割ると2余る数』があるので、2と3の最小公倍数の6をたせばいいのです。

だから『8』です。そのあとも、6をたしていただけなんですね。

$$\begin{array}{cccccccc} & +6 & +6 & +6 & +6 & & & \\ \curvearrowright & & \curvearrowright & \curvearrowright & \curvearrowright & & & \\ 2 & 8 & 14 & 20 & 26 & \dots\dots & & \end{array}$$

しかし、そんなことをやっても、さすがに『10秒』では答えられません。

では、いったい？

12345 から 12464 までで整数は 120 個あります。

ですから、 $120 \div 6 = 20$ (個) が正解です。

この計算なら『10秒』でできますよね。

この考え方を知ってましたか？

頭が痛くなってきたら、読み飛ばしてもらっていいですが、その理屈をお見せしましょう。

まず、1から順に『2で割った余り』を調べます。
次に『3で割った余り』も調べて一覧表にすると下のようになります。

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
÷2の余り	1	0	1	0	1	0	1	0	1
÷3の余り	1	2	0	1	2	0	1	2	0

きれいに並んでいますね。余りの組み合わせはいろいろです。
たとえば、『2で割った余りが1で、3で割った余りが2』の組になっている数には『5』がありますね。

さて、2と3の最小公倍数の6を利用し、連続した整数（1から6まで）を6個1組にしてみると、余りの組み合わせパターンがどれも1つあることがわかります。

では、その組を1つずらせば（2から7まで）どうなっていますか？
やっぱり、同じようになっていますね。さらに、2つずらしても同じです。

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
÷2の余り	1	0	1	0	1	0	1	0	1
÷3の余り	1	2	0	1	2	0	1	2	0

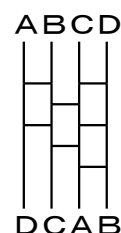
6個1組でありさえすればどこであっても同じことですから、求めたい余りの組み合わせを持つ数が1つの囲みの中に必ず1つだけあるのです。

だから、120個の連続した整数の中には6個1組にした囲みの数だけ、すなわち20個の求めたい数があるので、 $120 \div 6 = 20$ （個）でいいわけです。

発想の転換⑤【あみだくじとループ】

おなじみの『あみだくじ』です。

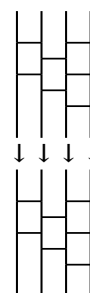
右のような『あみだくじ』があります。
 上にA, B, C, Dの順に並べこの線をたどると、下ではD, C, A, Bの順になります。
 この『あみだくじ』をいくつかつなぎ、はじめと同じ順になるようにするには、最低何個つなげばよいですか。



『あみだくじ』はよくご存知ですね。
 しかし、『あみだくじが算数の題材になる』とは思ってもみなかったでしょう？

問題の意味はとれたでしょうか？

『あみだくじをつなぐ』というのは、右の図のように『たてにくっつける』ということです。

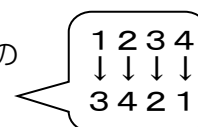


くっつけていくと、たて長の新しい『あみだくじ』ができます。
 これで、順番を元通りにしろということなんですね。
 カードきり（トランプをきるのと同じ）なんかに利用できるお話なんです。

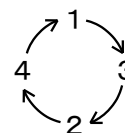
さて、どう見たらいいのでしょうか？

ひたすら並べて調べるという方法もありますが、時間がかかりそうです。
 もちろん法則を見つけなければならないのですが、さっぱりその方法が見えないですよ。

重要なのは『左から何番目に移動するか』ということなんです。
 たとえば、左端の『A』に注目してみましょう。
 はじめは左から1番目でしたが、あみだくじを通ると左から3番目の位置に出てきます。
 『B』はどうでしょう。
 はじめは左から2番目でしたが、あみだくじを通ると左から4番目の位置に出てきますね。全部を調べると、右の図のようになります。

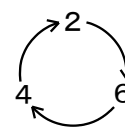
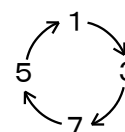
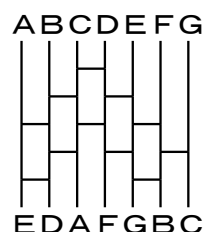


この図から『1→3』、『3→2』としりとりのように、元に戻るまでつなぎます。
 そのようすを表したのが右の図の『ループ』なのです。



どれも、4回で元に戻りますね。答は**4個**です。

4列だから4個というわけではありません。
 下の図のようなあみだくじの場合は、調べると2つの『ループ』ができ、4回で元に戻るグループと3回で元に戻るグループができますね。
 全てが元に戻るのは最小公倍数の『12個』つないだときとわかります。
 頭から煙を吐きそうですね！



算数の学習は大変か？

『発想の転換』の世界はいかがでしたか。算数では『見方を変える』＝『発想の転換』で簡単に解くことができるようになる問題がたくさんあります。

『整数の性質』『速さ』『面積』『相似』『体積』『立体の切断』『場合の数』……
と、ちょっと分類しただけでも、ものすごい量になりそうです。

しかし、どれも教えてもらって知っていなきゃ、思いつく類のもんじゃないのです。

『たくさん触れて、たくさん習う』が基本です。

そう、『生まれ持ったセンス』は不要なのです。

だって、ここにあった問題を見てもわかるように、試験中にこんなこと子供たちが思いつくわけじゃないじゃないですか！

だから、『発想の転換』はまず習う。

それから、自分で使ってみる。

だって、自分で使ってみなきゃ、本当に使えるかどうかわからないじゃないですか。

使っていれば、そのうち『発想の仕方』に気づくようになる。

これが、俗に言う閃きというヤツです。

大切なのは、発想の仕方を自らが学ぶことなんですね。

多くの発想を知ることによって、新たに発想してみるという作業を脳が繰り返し、やがて出会ったことのない問題に対処ができるようになるのです。

大人の仕事だって同じこと。

気づくようにならないことには、思いつかないんですよ。

『気づかせる学習方法』は『詰め込み学習』よりずっと大切なんですね。

製作協力：中学受験専門個別指導 SS-1

<http://www.ss-1.net/>

SS-1
Strategy of Success for Only 1