



中学受験 すらすら解ける魔法ワザ

算数・合否を分ける 120 問

発売記念キャンペーン特典

「算数 奇跡の着眼点」

作成 中学受験情報局 かしこい塾の使い方

特典 2020 年度入試の「時計算」・「仕事算」・「3 点の移動」

[時計算 1] 右の図1のような円周を3等分する目盛りがついた円盤があり、長針は40分で1周、短針は60分で1周する速さで、右回りに回っています。はじめは2つの針が3の目盛りのところで重なっており、同時に回りはじめました。次の問いに答えなさい。

(1) 長針と短針の間の角度がはじめて90度になるのは何分後ですか。

(2) 右の図2のように、アの角とイの角の大きさがはじめて等しくなるのは何分後ですか。

図1

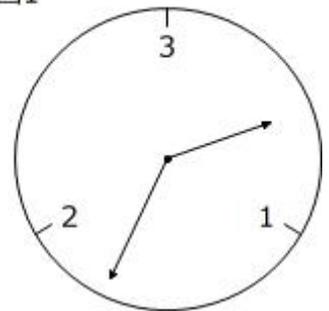
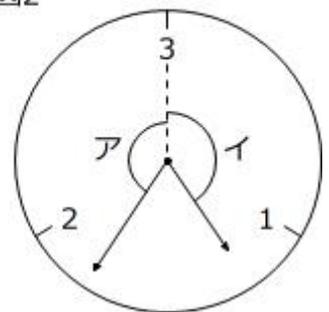


図2



参考問題チェック！…白百合学園中学校



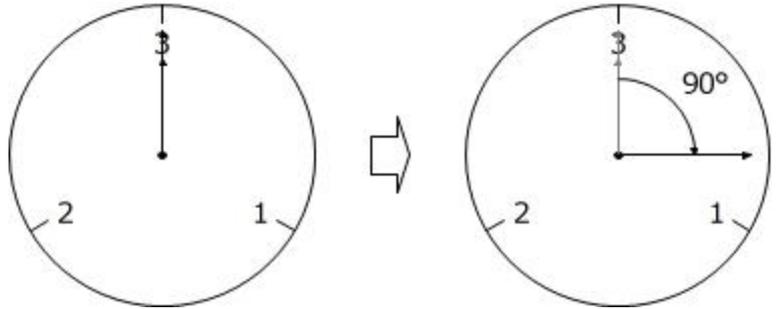
: はじめに2つの針が1分間に動く速さを角の大きさ（角速度）で表しましょう。

【考え方と答え】

(1) 度 ÷ 分 = 度/分 … 長針が1分間に動く速さ

度 ÷ 分 = 度/分 … 短針が1分間に動く速さ

右の図のように、短針を止め、長針だけ動かして、2つの針の作る角がはじめて90度になるまでの時間を求めます。



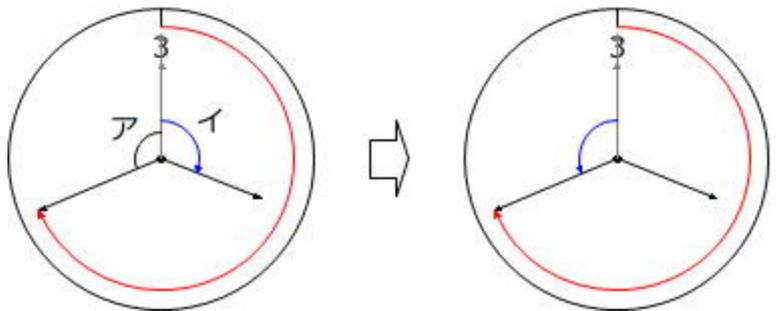
$$\text{ 度} \div (\text{ 度/分} - \text{ 度/分}) = \text{ 分後}$$

(答え) 分後

時計算の「魔法ワザ 1」

2つの針の作る角が決められた大きさになる(例: 90度)までの時間を求めるときは、遅い方の針(例: 短針)を止めた図で考えると、考えやすくなります。

(2) 右の図で、長針が動いた角(赤色)と短針が動いた角の大きさ(青色)はアと等しいので、もし、短針が左回りに動いていけば、長針と出会うことになり、長針が動いた角(赤色)と短針が動いた角の大きさ(青色)の和が360度になるときを求めればよいと分かります。



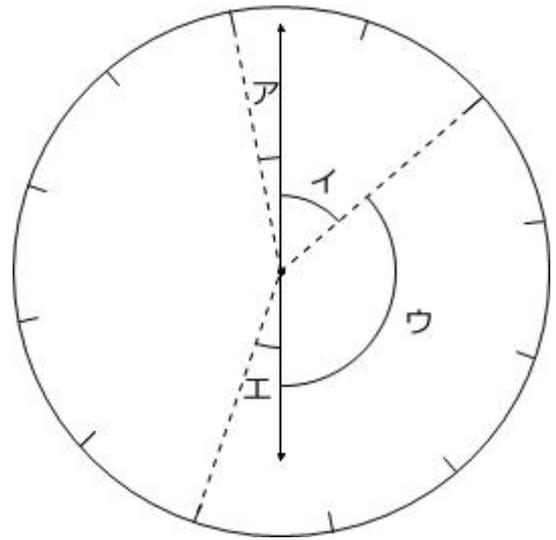
$$\text{ 度} \div (\text{ 度/分} + \text{ 度/分}) = \text{ 分後}$$

(答え) 分後

時計算の「魔法ワザ 2」

2つの針の位置が左右対称になる問題は、「方向音痴シャドー(例: 問題の条件と反対向きにまわる短針)」を考えると、「旅人算の出会い」を利用して求めることができます。

[時計算 2] 右の図は、文字盤のない時計で、長針が真上を、短針が真下をそれぞれ指しています。このとき、アとエの角の大きさの比は4:7、イとウの角の大きさの比は3:8となりました。次の問いに答えなさい。



- (1) エの角度は何度ですか。
- (2) この時計は何時何分を表していますか。ただし、「分」の単位は帯分数で答えなさい。

参考問題チェック！…早稲田実業中学校

💡 : (1)は「消去算」が利用できます。

【考え方と答え】

(1) ア=④、エ=⑦、イ=③、ウ=⑧ とすると、

$$\textcircled{4} + \textcircled{3} = \boxed{} \text{度、} \textcircled{7} + \textcircled{8} = \boxed{} \text{度なので、} \textcircled{1} = \boxed{} \text{度}$$

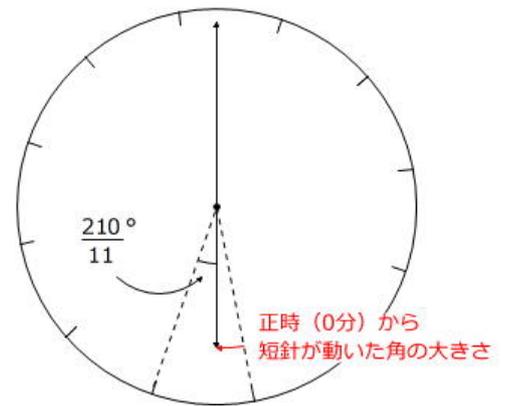
$$\boxed{} \text{度} \times 7 = \boxed{} \text{度}$$

(答え) 度

時計算の大切な知識

文字盤の目盛りと目盛りの間の角の大きさは 30 度です。

(2) (1)より、短針は、あと $210/11$ 度動くとき文字盤の目盛りを指しますので、正時（□時 0分）から現在までの時間を求めることができます。



$$\left(\boxed{} \text{度} - \boxed{} \text{度} \right) \div \boxed{} \text{度/分} = \boxed{} \text{分}$$

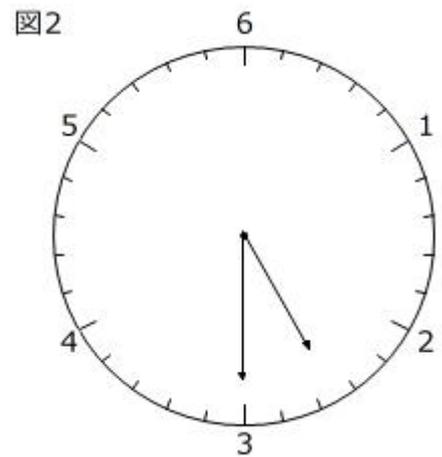
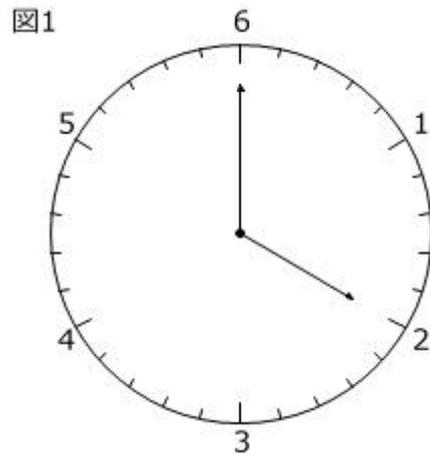
このとき、長針は文字盤の と の間にありますから、時計が 時台を表していると分かります。

(答え) 時 分

時計算の「魔法ワザ 3」

文字盤のない時計は、短針が正時（□時 0分）から動いた角の大きさに着目します。

[時計算 3] ある星では、1日が6時間で、1時間が30分です。この星の時計は右の図のようになっており、例えば、図1は2時ちょうど、図2は2時15分を表しています。次の問いに答えなさい。



- (1) 2時24分のとき、長針と短針が作る角のうち、小さい方の角の大きさは何度ですか。
- (2) 長針と短針の作る角の大きさが90度となるのは1日で何回ありますか。

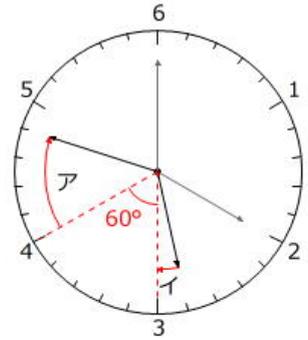
参考問題チェック!…海城中学校

💡 : (2) 2回目以降は規則的に90度となります。

【考え方と答え】

(1) 度 ÷ 分 = 度/分 … 長針の分速

度 ÷ 分 = 度/分 … 短針の分速



右の図で、アは長針が 24 分 - 20 分 = 4 分で動く角、イは短針が 30 分 - 24 分 = 6 分で動く角なので、

度/分 × 4 分 + 60 度 + 度/分 × 6 分 = 度

(答え) 度

時計算の「魔法ワザ 4」

決められた時刻 (例: 2 時 24 分) に 2 つの針が作る角の大きさを求めるときは、正時 (口時 0 分) の図をかき、次に決められた時刻の 2 針をかくと、考えやすくなります。

(2) 0 時 0 分から 2 つの針の作る角がはじめて 90 度になるまでの時間を、短針を止め、長針だけ動かして計算します。

度 ÷ (度/分 - 度/分) = 分後 … 1 回目

この後、短針を止めたまま、長針が 180 度動くごとに 2 つの針の作る角が 90 度になります。

分 × 2 = 分間 … 短針を止めたまま、長針が 180 度動く時間

この星では、1 日 = 6 時間 = 180 分ですから、

(180 分 - 分) ÷ 分/回 = 回 あまり 分

回 + 1 回 = 回

(答え) 回

時計算の「魔法ワザ 5」

「(1 日に) 何回ありますか」という問題は、規則性を利用して解くことができます。

[仕事算 1] Aが1人で行うと60日、AとBの2人で行うと24日かかる仕事があります。はじめにこの仕事の半分をBが1人で行い、その後、残った仕事をCとDの2人で行ったところ、Bが1人で行った日数は、CとDの2人で行った日数の4倍でした。次の問いに答えなさい。

(1) Bが1人でこの仕事を行うと何日かかりますか。

(2) Cが1人でこの仕事を行うと30日かかるとき、AとDの2人で行うと何日かかりますか。

参考問題チェック！…中央大学附属中学校



: 「1日にする仕事」×「仕事をする日数」＝「仕事全体」ですから、「仕事全体」は「仕事をする日数」の倍数と考えることができます。

【考え方と答え】

(1) 仕事全体を、仕事をする日数 60 と 24 の最小公倍数の とすると、

$$\boxed{} \div \boxed{} \text{ 日} = \boxed{} \quad \dots \text{ A が 1 日にする仕事}$$

$$\boxed{} \div \boxed{} \text{ 日} = \boxed{} \quad \dots \text{ A と B が 1 日にする仕事}$$

$$\boxed{} - \boxed{} = \boxed{} \quad \dots \text{ B が 1 日にする仕事}$$

$$\boxed{} \div \boxed{} = \boxed{} \text{ 日}$$

(答え) 日

仕事算の「魔法ワザ 1」

「名前のある仕事算 (1 人が 1 日にする仕事の量が異なる仕事算)」では、はじめに仕事全体を 1、またはかかる日数や時間の最小公倍数と決めておきます。

(2) 同じ量の仕事 (仕事全体の半分) にかかる日数の比が、 $B : (C+D) = 4 : 1$ ですから、1 日にする仕事の比は、 $B : (C+D) = \boxed{} : \boxed{}$ です。

$$\boxed{} \times \boxed{} = \boxed{} \quad \dots \text{ C と D が 1 日にする仕事}$$

$$\boxed{} \div \boxed{} \text{ 日} = \boxed{} \quad \dots \text{ C が 1 日にする仕事}$$

$$\boxed{} - \boxed{} = \boxed{} \quad \dots \text{ D が 1 日にする仕事}$$

$$\boxed{} \div (\boxed{} + \boxed{}) = \boxed{} \text{ 日}$$

(答え) 日

仕事算の「魔法ワザ 2」

「仕事算」を速さの問題 (速さ = 1 日あたりの仕事、距離 = 仕事全体) として考えると、「仕事の比 ÷ 1 日あたりの仕事の比 = 日数の比」のように、比の積と商を利用することができます。

[仕事算 2] 壁 A と B があり、壁 A の面積は壁 B の面積の 0.8 倍です。この両方の壁をある会社の社員が塗ることになりました。最初の 20 分は社員全員で壁 A を塗る作業をしました。次の 40 分は、社員全体の $\frac{1}{4}$ で壁 A を、残りの社員で壁 B を塗る作業をしたところ、壁 A を塗り終えることができました。そこで、壁 B で作業していた社員のうち何人かと壁 A で作業をしていた社員が別の仕事に行ったため、壁 B を塗り終わるのに、さらに 15 分かかりました。次の問いに答えなさい。

- (1) 最初の 20 分でペンキを塗った面積は、壁 A の面積のどれだけにあたりますか。割合を分数で答えなさい。
- (2) 壁 B で作業をしていた社員のうち、別の仕事に行った人数は、社員全体の人数のどれだけにあたりますか。割合を分数で答えなさい。

参考問題チェック！…慶應義塾湘南藤沢中等部



: 社員全体を④人とすることができます。

【考え方と答え】

(1) 1人の社員が1分でする仕事を1、社員全体を④人とします。

$$\square \times \square \text{ 人} \times \square \text{ 分} = \square \quad \dots \text{最初の 20 分で塗った壁 A の面積}$$

$$\square \times \square \text{ 人} \times \square \text{ 分} = \square \quad \dots \text{次の 40 分で塗った壁 A の面積}$$

$$\square \div (\square + \square) = \square$$

(答え)

仕事算の「魔法ワザ 3」

「名前のない仕事算 (1人が1分でする仕事の量が同じ仕事算)」では、はじめに1人が1分でする仕事を1と決めておきます。

(2) (1)より、壁Aの面積を⑫⑩とします。

$$\square \div \square = \square \quad \dots \text{壁 B の面積}$$

$$\square \times \square \text{ 人} \times \square \text{ 分} = \square \quad \dots \text{40 分で塗った壁 B の面積}$$

$$\square - \square = \square \quad \dots \text{壁 B の残りの面積}$$

$$\square \div (\square \times \square \text{ 分}) = \square \text{ 人} \quad \dots \text{壁 B の残りを塗った人数}$$

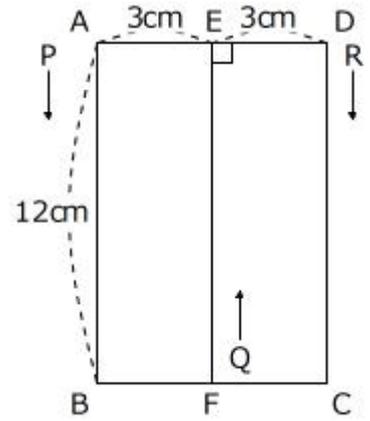
$$(\square - \square) \div \square = \square$$

(答え)

仕事算の「魔法ワザ 4」

「名前のない仕事算」は、「1人が1分でする仕事」×「人数」×「仕事をした時間」の和 (のべ) が「仕事全体」です。

[3 点の移動] 右の図の長方形 ABCD で、 $AB=12\text{cm}$ 、 $AE=ED=3\text{cm}$ です。
 点 P は点 A を出発し、毎秒 2cm の速さで止まることなく AB 上を 1 往復
 します。点 Q は点 F を出発し、毎秒 1cm の速さで FE 上を点 E まで移動
 します。点 R は点 D を出発し、毎秒 1cm の速さで DC 上を点 C まで移動
 します。3 点 P、Q、R が同時に出発するとき、次の問いに答えなさい。



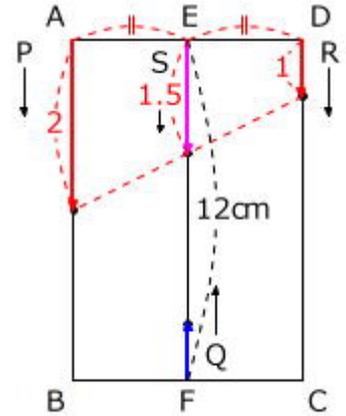
- (1) 3 点 P、Q、R が一直線上に並ぶのは、点 P が点 A を出発して
 から何秒後ですか。
- (2) 三角形 PQR の面積が 12cm^2 となるのは、点 P が点 A を出発して
 から何秒後と何秒後ですか。

参考問題チェック！…桐朋中学校

💡 : EF 上にある点 P と点 R のシャドーを考えてみましょう。

【考え方と答え】

(1) 点Pと点Rを結ぶ直線がEFと交わる点をS(点Pと点Rのシャドー)とすると、AE:ED=1:1なので、点Sの速さは、点Pと点Rの速さの平均です。(右図)



$$\left(\boxed{} \text{ cm/秒} + \boxed{} \text{ cm/秒} \right) \div \boxed{} = \boxed{}$$

cm/秒 … 点Pが点Bに着くまでの点Sの速さ

点Sと点Qが出合うとき、3点P、Q、Rが一直線上に並びますから、

$$\boxed{} \text{ cm} \div \left(\boxed{} \text{ cm/秒} + \boxed{} \text{ cm/秒} \right) = \boxed{} \text{ 秒後}$$

(答え) 秒後

(2) 三角形PQRは「琵琶湖型三角形」なので、 $QS \times AD \div 2$ で面積を求めることができます。

$$\boxed{} \text{ cm}^2 \times \boxed{} \div \boxed{} \text{ cm} = \boxed{} \text{ cm} \dots QS \text{ の長さ}$$

QS = cm になるの

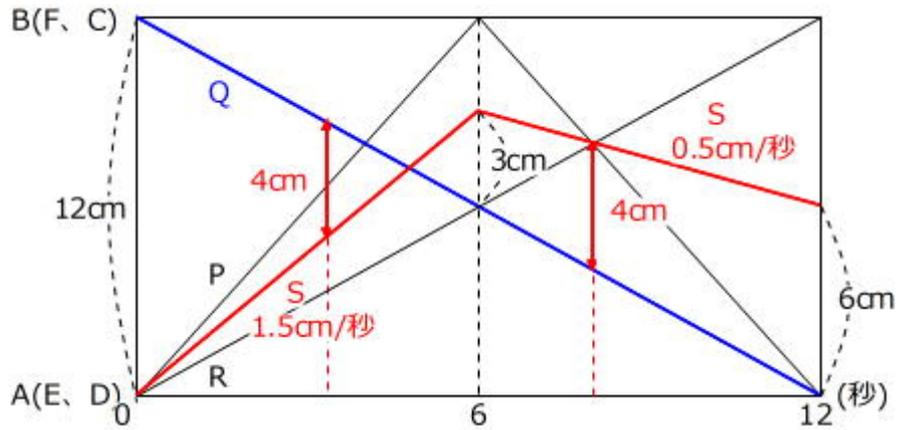
は、右の点P、Q、R、Sのグラフより、

$$\left(\boxed{} \text{ cm} - \boxed{} \right.$$

$$\left. \text{cm} \right) \div \left(\boxed{} \text{ cm/秒} + \right.$$

$$\boxed{} \text{ cm/秒} \left. \right) = \boxed{}$$

秒後 … 1回目



$$\boxed{} \text{ 秒} + \left(\boxed{} \text{ cm} - \boxed{} \text{ cm} \right) \div \left(\boxed{} \text{ cm/秒} - \boxed{} \text{ cm/秒} \right) =$$

$$\boxed{} \text{ 秒後} \dots 2 \text{ 回目}$$

(答え) 秒後と 秒後

3 点の移動の「魔法ワザ」

「シャドー」を利用すると、「3 点が一直線上に並ぶ」問題などを旅人算に変えることができます。

【解答】

[時計算 1]

(1) $360 \text{ 度} \div 40 \text{ 分} = 9 \text{ 度/分}$ $360 \text{ 度} \div 60 \text{ 分} = 6 \text{ 度/分}$ $90 \text{ 度} \div (9 \text{ 度/分} - 6 \text{ 度/分}) = 30 \text{ 分後}$

答え 30分後

(2) $360 \text{ 度} \div (9 \text{ 度/分} + 6 \text{ 度/分}) = 24 \text{ 分後}$

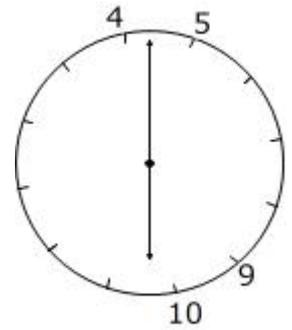
答え 24分後

[時計算 2]

(1) $\textcircled{4} + \textcircled{3} = 60 \text{ 度}$ 、 $\textcircled{7} + \textcircled{8} = 150 \text{ 度}$ なので、 $\textcircled{1} = 30/11 \text{ 度}$ $30/11 \text{ 度} \times 7 = 210/11 \text{ 度}$

答え 210/11度 (19 1/11度)

※ $\textcircled{4} + \textcircled{7} = 30 \text{ 度}$ として解くこともできます。



(2) $(30 \text{ 度} - 210/11 \text{ 度}) \div 1/2 \text{ 度/分} = 219/11 \text{ 分}$ → このとき、長針は「4」と「5」の間にあるので、10時台と分かります。

答え 10時 21 9/11分

[時計算 3]

(1) $360 \text{ 度} \div 30 \text{ 分} = 12 \text{ 度/分}$ $360 \text{ 度} \div 180 \text{ 分} = 2 \text{ 度/分}$ (または $60 \text{ 度} \div 30 \text{ 分} = 2 \text{ 度/分}$)
 $12 \text{ 度/分} \times 4 \text{ 分} + 60 \text{ 度} + 2 \text{ 度/分} \times 6 \text{ 分} = 120 \text{ 度}$

答え 120度

※ 旅人算の考え方を利用して、 $(12 \text{ 度/分} - 2 \text{ 度/分}) \times 24 \text{ 分} = 240 \text{ 度}$ $240 \text{ 度} - 60 \text{ 度} \times 2 \text{ 時間} = 120 \text{ 度}$ のように解くこともできます。

(2) $90 \text{ 度} \div (12 \text{ 度/分} - 2 \text{ 度/分}) = 9 \text{ 分後}$ … 1回目
 $9 \text{ 分} \times 2 = 18 \text{ 分}$ … 短針を止めたまま、長針が180度動く時間
 $(180 \text{ 分} - 9 \text{ 分}) \div 18 \text{ 分} = 9 \text{ 回}$ あまり 9分 $9 \text{ 回} + 1 \text{ 回} = 10 \text{ 回}$

答え 10回

[仕事算 1]

(1) 仕事全体を60と24の最小公倍数120とすると、 $120 \div 60 \text{ 日} = 2 \cdots A$ $120 \div 24 \text{ 日} = 5 \cdots A + B$ $5 - 2 = 3 \cdots B$ $120 \div 3 = 40 \text{ 日}$

答え 40日

(2) 日数の比 $B : (C + D) = 4 : 1 \rightarrow 1 \text{ 日にする仕事の比 } B : (C + D) = 1 : 4$ $3 \times 4 = 12 \cdots C + D$ $120 \div 30 \text{ 日} = 4 \cdots C$ $12 - 4 = 8 \cdots D$ $120 \div (2 + 8) = 12 \text{ 日}$

答え 12日

※ $60 \div 3 = 20 \text{ 日}$ $20 \text{ 日} \div 4 = 5 \text{ 日}$ $60 \div 5 \text{ 日} = 12$ のようにして、 $C + D$ を求めることもできます。

[仕事算 2]

(1) $1 \times \textcircled{4} \text{ 人} \times 20 \text{ 分} = \textcircled{80}$ $1 \times \textcircled{1} \text{ 人} \times 40 \text{ 分} = \textcircled{40}$ $\textcircled{80} \div (\textcircled{80} + \textcircled{40}) = 2/3$

答え 2/3

$$(2) \quad (120) \div 0.8 = (150) \quad 1 \times (3) \text{人} \times 40 \text{分} = (120) \quad (150) - (120) = (30) \quad (30) \div (1 \times 15 \text{分}) = (2) \text{人} \quad ((4) - (2)) \div (4) = 1/2$$

答え 1/2

[3点の移動]

$$(1) \quad (2\text{cm/秒} + 1\text{cm/秒}) \div 2 = 1.5\text{cm/秒} \quad 12\text{cm} \div (1.5\text{cm/秒} + 1\text{cm/秒}) = 4.8 \text{秒後}$$

答え 4.8秒後

$$(2) \quad 12\text{cm}^2 \times 2 \div 6\text{cm} = 4\text{cm} \quad \text{QSが} 4\text{cm} \text{になるのは、} (12\text{cm} - 4\text{cm}) \div (1.5\text{cm/秒} + 1\text{cm/秒}) = 3.2 \text{秒後} \quad \text{と} \quad 6 \text{秒後} + (4\text{cm} - 3\text{cm}) \div (1.5\text{cm/秒} - 1\text{cm/秒}) = 8 \text{秒後}$$

答え 3.2秒ごと8秒後